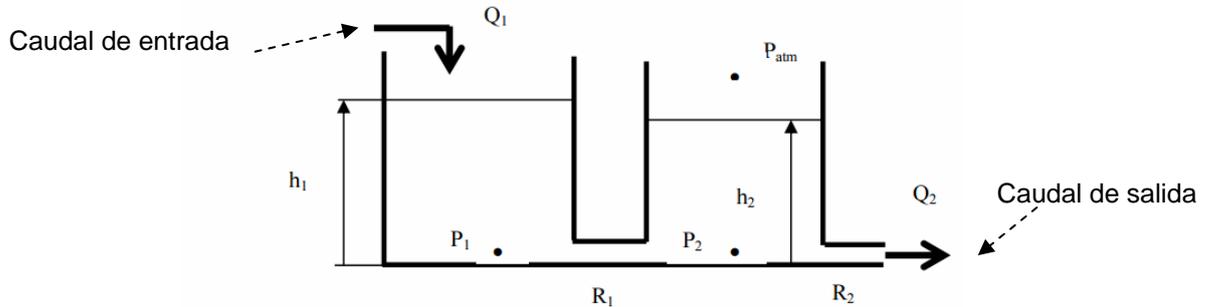


### Serie 1 – Parte III

**Problema 1:** Basándose en leyes físicas fundamentales haga un Diagrama de Bloques de los siguientes sistemas físicos. Siempre que sea posible, evite la inclusión de bloques derivadores.

#### a. Tanques Interconectados

El sistema físico se representa en la Figura 1.



$$R_1: \text{estricción} - Q_{12} = R_1 \sqrt{P_1 - P_2}$$
$$R_2: \text{estricción} - Q_2 = R_2 \sqrt{P_2 - P_{atm}}$$

Figura 1: Tanques interconectados

Para la obtención del modelo debemos plantear la ecuación de continuidad en cada tanque (balance de flujos) y la expresión de Bernoulli para la presión en el fondo del tanque.

- Tanque 1

Sea  $A_1$  el área de la sección transversal del tanque 1, y  $Vol_1 = A_1 h_1$  el volumen de líquido en el tanque.

La ecuación de continuidad (balance de flujos) resulta en este caso

$$Q_1 - Q_{12} = \frac{dVol_1}{dt} = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad (1)$$

La presión en el fondo del tanque resulta:

$$P_1 = \rho g h_1 + P_{atm} \quad (2)$$

donde  $\rho$  es el peso específico del líquido,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $P_{atm}$  la presión atmosférica

- Tanque 2

Sea  $A_2$  el área de la sección transversal del tanque 2, y  $Vol_2 = A_2 h_2$  el volumen de líquido en el tanque.

La ecuación de continuidad (balance de flujos) resulta en este caso

$$Q_{12} - Q_2 = \frac{dVol_2}{dt} = A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad (3)$$

La presión en el fondo del tanque resulta:

$$P_2 = \rho g h_2 + P_{atm} \quad (4)$$

- Estricción 1

$$Q_{12} = R_1 \sqrt{P_1 - P_2} = R_1 \sqrt{\rho g (h_1 - h_2)} \quad (5)$$

- Estricción 2

$$Q_2 = R_2 \sqrt{P_2 - P_{atm}} = R_2 \sqrt{\rho g h_2} \quad (6)$$

Las ecuaciones (1) a (6) definen completamente la dinámica del sistema. Reemplazando (5) en (1) resulta

$$Q_1 - R_1 \sqrt{\rho g (h_1 - h_2)} = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad (7)$$

Reemplazando (5) y (6) en (3) resulta

$$R_1 \sqrt{\rho g (h_1 - h_2)} - R_2 \sqrt{\rho g h_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad (8)$$

Las ecuaciones (7) y (8) constituyen un sistemas de dos ecuaciones diferenciales de primer orden acopladas en las variables  $h_1$  y  $h_2$ . Para construir el diagrama de bloques despejamos las derivadas en (7) y (8) y leemos esas ecuaciones causalmente. Resulta

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left( Q_1 - R_1 \sqrt{\rho g (h_1 - h_2)} \right)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A_2} \left( R_1 \sqrt{\rho g (h_1 - h_2)} - R_2 \sqrt{\rho g h_2} \right)$$

Finalmente, el diagrama de bloques se muestra en la Figura 2.

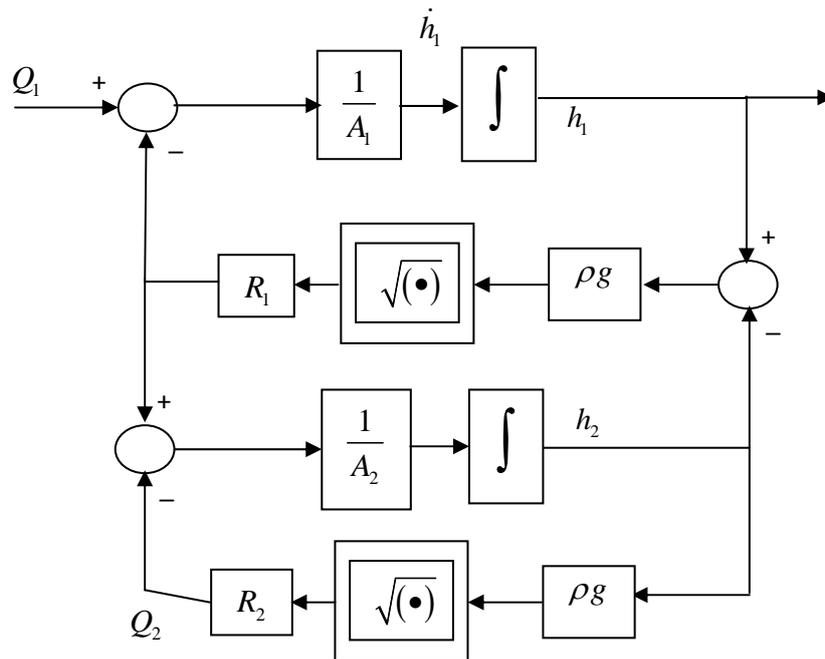


Figura 2: Diagrama de bloques.

Notar que hay dos almacenadores de energía, los dos tanques, y que en el diagrama de bloques aparecen dos integradores. El sistema resulta de segundo orden. El sistema es no lineal debido a la característica no lineal de las estricciones. Los bloques no lineales aparecen con un doble trazo en el diagrama.